

Matematikken bag pensionssystemet hos PFA og Edlund



matematik
i arbejde

UNDERVISNINGS OG PROJEKTMATERIALER TIL FILMEN
MADS LETH (RED.), MARTIN LYHNE HANSEN OG OLAV LYNDRUP

PFA/ Edlund

Olav Lyndrup
og Mikkel Rønne



matematik
i arbejde



Indholdsfortegnelse

1. Livsforsikringer og pensionskasser
2. Procentregning og annuiteter
3. Diskontering og nutidsværdi
4. Sandsynligheder
5. Hvor gammel bliver jeg ? (Gompertz Makeham som forskrift)
6. Overlevelseskurver
7. Volatilitet og risikomål





Opsparing og lån (C-niveau)

Sætning

Hvis der hver termin indsættes et fast beløb b på en konto, hvor renten er r , så vil det samlede beløb på kontoen efter n 'te indbetaling være:

$$A_n = b \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Resultatet kaldes for formlen for opsparingsannuitet.

Skal man bestemme nutidsværdien af en annuitet, benytter man følgende formel:

$$PV = C \cdot \frac{1}{r} \cdot (1 - (1+r)^{-n})$$

hvor C er værdien af annuiteten og n er længden

- Gennemgang af kapitalfremskrivning
- Gennemgang af opsparingsannuitet
- Gennemgang af nutidsværdi
- Brug af regneark

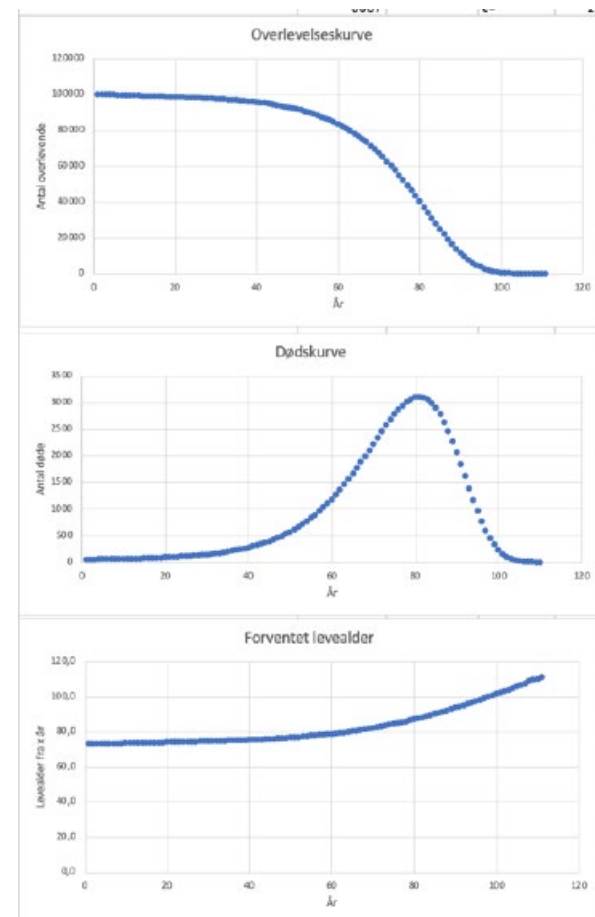




Overlevelseskurver i regneark og på forskrift (C-niveau)

- Forskrift for Gompertz Makeham
- Data i regneark
- Overlevelseskurve
- Dødskurve
- Forventet levealder

$$L(x) = 100.000 \cdot e^{\left(-a \cdot x - \frac{b \cdot (c^x - 1)}{\ln(c)}\right)}$$





Overlevelseskurver fra DST og Gompertz Makeham som differentiallyigning

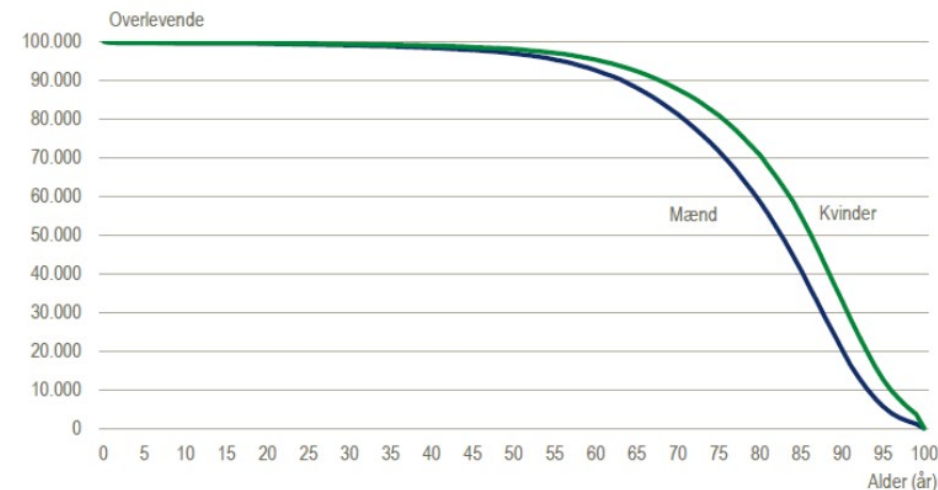
(C-niveau og A-niveau)

- Danmarks Statistik som kilde

(dødelighedstavler)

- Differentiallyigningsmodel
- Eksakt løsning
- Dødsintensitetsfunktioner

Overlevelseskurve for mænd og kvinder. 2020/2021
Survivors in life table. 2020/2021



TRANSLATION – mænd: men; kvinder: women; alder (år): age (years); overlevende: survivors.

Figur 7: To overlevelseskurver 2020/21

$$P'(t) = -P(t) \cdot \mu(t)$$





Volatilitet (A-niveau)

- Data for en aktiekurser (stikprøve)
- Daglige afkast
- Middelværdi for stikprøven af daglige afkast
- Spredningen for stikprøven af daglige afkast

	A	B	C	D
1	Dato	Aktiekurs	Daglig afkast	$(\mu_i - \bar{\mu})^2$
2	31.07.2023	1092,2	3,35%	0,0011971
3	28.07.2023	1056,8	-0,71%	3,6463E-05
4	27.07.2023	1064,4	0,32%	1,8544E-05
5	26.07.2023	1061	-2,86%	0,0007543
6	25.07.2023	1092,2	-0,71%	3,587E-05
7	24.07.2023	1100	-0,83%	5,1732E-05
8	21.07.2023	1109,2	0,45%	3,1696E-05
9	20.07.2023	1104,2	3,74%	0,00148176
10	19.07.2023	1064,4	0,02%	1,6633E-06
11	18.07.2023	1064,2	-0,73%	3,8123E-05
12	17.07.2023	1072	0,81%	8,4438E-05
13	14.07.2023	1063,4	1,68%	0,00032152
14	13.07.2023	1045,8	1,14%	0,00015659
15	12.07.2023	1034	-0,06%	2,7228E-07
16	11.07.2023	1034,6	-2,56%	0,00060099
17	10.07.2023	1061,8	-1,14%	0,00010522
18	07.07.2023	1074	-0,76%	4,1931E-05
19	06.07.2023	1082,2	-1,26%	0,00013201
20	05.07.2023	1096	1,50%	0,00025936
21	04.07.2023	1079,8	-0,26%	2,2041E-06
22	03.07.2023	1082,6		
23	Sum			0,00535178
24	Gennemsnitlig afkast		-0,11%	

Sætning

Beregning af historisk volatilitet kan ske med formlen:

$$\text{volatilitet} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\mu_i - \bar{\mu})^2}{n - 1}}$$

hvor n er antal beregnede afkast, μ_i det i 'te afkast og $\bar{\mu}$ er gennemsnitsafkastet for perioden.

